

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
"ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ"**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторной работе № 5 – 6

**"Распознавание изображений по углу между векторами, скалярному
произведению и по принадлежности к заданной области пространства"
по курсу " Основы проектирования систем с искусственным интеллектом "**
для студентов специальности 7.000002
дневной формы обучения

Харьков НТУ "ХПИ" 2002

1. Цель лабораторных занятий

Приобретение и закрепление знаний и получение практических навыков работы с простейшими алгоритмами распознавания на основе представления изображений в виде точек или векторов в n -мерном векторном пространстве.

2. Краткие сведения из теории

Существует большое число различных форм представления изображений в распознающих устройствах или программах. Одной из наиболее простых и понятных является форма, использующая представление изображений в виде точек или векторов в некотором n -мерном пространстве. Каждая ось такого пространства естественным образом соотносится с одним из n входов или с одним из n рецепторов распознающей системы. Каждый из рецепторов может находиться в одном из m состояний, если они дискретны, или иметь бесконечно большое число состояний, если рецепторы непрерывны. В зависимости от вида используемых рецепторов может порождаться непрерывное, дискретное или непрерывно-дискретное n -мерное пространство. В данной лабораторной работе рассматривается непрерывное n -мерное векторное пространство.

Мера сходства изображений в n -мерном векторном пространстве вводится как функцию двух переменных $L(S_k, S_i)$, где $S_k, S_i \in S$; $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ – конечное множество изображений в рассматриваемом пространстве. При этом функция $L(S_k, S_i)$ обладает следующими свойствами:

- свойством симметрии, т.е. $L(S_k, S_i) = L(S_i, S_k)$;
- областью значений функции является множество неотрицательных чисел, т.е. $L(S_k, S_i) \geq 0$, $k, i = 1, 2, \dots, n$;
- мера сходства изображения с самим собой принимает экстремальное значение по сравнению с любым другим изображением, т.е. в зависимости от способа введения меры сходства выполняется одно из двух соотношений:

$$L(S_k, S_k) = \max_i L(S_k, S_i),$$

$$L(S_k, S_k) = \min_i L(S_k, S_i);$$

- в случае компактных образов функция $L(S_k, S_i)$ является монотонной функцией удаления точек S_k и S_i друг от друга в n -мерном пространстве.

В n -мерном пространстве мера сходства изображений может быть введена многими способами. Рассмотрим несколько из них. При этом во всех случаях будем полагать, что эталонные изображения X_1, X_2, \dots, X_m m различных классов изображений или образов в n -мерном пространстве задаются в виде векторов с проекциями на оси координат: $X_1 = (x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n})$, $X_2 = (x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n})$, ..., $X_m = (x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mn})$. Любое входное изображение $S_i \in S$ также представляется в виде вектора $S_i = (s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{in})$ в этом пространстве.

2.1. Распознавание по углу между векторами

Мера близости между двумя векторами в n -мерном векторном пространстве может быть задана в виде угла. Если задано входное изображение $S_i = (s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{in})$

и векторы эталонных изображений $X_1 = (x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n})$, $X_2 = (x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n})$, ..., $X_m = (x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mn})$, то мера сходства между входным и эталонными изображениями определяется выражением

$$L(S_i, X_j) = \arccos \left(\frac{s_{i1}x_{j1} + s_{i2}x_{j2} + \dots + s_{in}x_{jn}}{\sqrt{s_{i1}^2 + s_{i2}^2 + \dots + s_{in}^2} \cdot \sqrt{x_{j1}^2 + x_{j2}^2 + \dots + x_{jn}^2}} \right) = \arccos \left(\frac{\sum_{k=1}^n s_{ik}x_{jk}}{|S_i| \cdot |X_j|} \right), \quad (1)$$

где $|S_i|$, $|X_j|$ – соответственно длины векторов S_i и X_j .

Принадлежность входного изображения S_i к одному из m образов определяется с помощью решающего правила

$$S_i \in X_j, \text{ если } L(S_i, X_j) = \min_j L(S_i, X_j). \quad (2)$$

При этом в решающем правиле и далее по тексту для обозначения j -го образа и эталонного изображения j -го образа применяется одно и тоже обозначение X_j ($j = \overline{1, m}$).

2.2. Распознавание изображений по скалярному произведению

Мера близости изображений по углу между векторами (1) основана на скалярном произведении векторов:

$$\langle S_i, X_j \rangle = |S_i| |X_j| \cos \alpha = \sum_{k=1}^n s_{ik} x_{jk}. \quad (3)$$

Некоторые системы распознавания используют непосредственно скалярное произведение в качестве меры сходства изображений в n -мерном векторном пространстве:

$$L(S_i, X_j) = \sum_{k=1}^n s_{ik} x_{jk}. \quad (4)$$

В этом случае принадлежность входного изображения S_i к какому-либо образу определяется с помощью решающего правила

$$S_i \in X_j, \text{ если } L(S_i, X_j) = \max_j L(S_i, X_j). \quad (5)$$

2.3. Распознавание изображений по принадлежности к заданной области пространства

При этом способе распознавания все пространство изображений V разбивается на непересекающиеся области $V_1, V_2, \dots, V_m, V_{m+1}$, где V_1, V_2, \dots, V_m – области, содержащие изображения только одного соответствующего образа X_1, X_2, \dots, X_m ; V_{m+1} – область, не содержащая изображений, относящихся к указанным образам. В этом случае принадлежность входного изображения $S_i = (s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{in})$ к некоторому j -му образу ($j = \overline{1, m}$) определяется решающим правилом

$$S_i \in X_j, \text{ если } (s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{in}) \in V_j. \quad (6)$$

Если области V_j ($j = \overline{1, m}$) заданы в евклидовом пространстве в виде шаров с центрами в точках $(x_{j1}^*, x_{j2}^*, \dots, x_{jn}^*)$ и радиусами R_j , то решающее правило (6) принимает вид

$$S_i \in X_j, \text{ если } L(S_i, X_j) = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{jk}^* - s_{ik})^2} \leq R_j. \quad (7)$$

Для конструирования областей в пространстве изображений могут использоваться любые меры сходства, например, расстояния с весовыми коэффициентами (8) – (10), расстояние по Камберра (11) и т.д.

$$L(S_i, X_j) = \sqrt{\sum_{k=1}^n \eta_k (s_{ik} - x_{jk})^2}, \quad (8)$$

$$L(S_i, X_j) = \sqrt[\lambda]{\sum_{k=1}^n \eta_k (s_{ik} - x_{jk})^\lambda}, \quad (9)$$

$$L(S_i, X_j) = \sum_{k=1}^n \eta_k |s_{ik} - x_{jk}|, \quad (10)$$

$$L(S_i, X_j) = \sum_{k=1}^n \frac{|s_{ik} - x_{jk}|}{|s_{ik} + x_{jk}|}, \quad (11)$$

η_k ($k = \overline{1, n}$) – весовые коэффициенты; λ – целое положительное число, большее двух.

Решающее правило (6) для расстояний (8) – (10) принимает вид

$$S_i \in X_j, \text{ если } L(S_i, X_j) = R_{ij} \leq R_j,$$

где R_{ij} – расстояние, заданное одним из выражений (8) – (11), между предъявленным изображением S_i и центром шара, содержащего изображения j -го образа; R_j – радиус шара, содержащего изображения j -го образа.

При использовании для распознавания угла между векторами непересекающиеся области V_j ($j = \overline{1, m}$) задаются в виде конусов, а решающее правило имеет вид

$$S_i \in X_j, \text{ если } L(S_i, X_j) = \varphi_{ij} = \arccos \left(\frac{s_{i1}x_{j1} + s_{i2}x_{j2} + \dots + s_{in}x_{jn}}{\sqrt{s_{i1}^2 + s_{i2}^2 + \dots + s_{in}^2} \cdot \sqrt{x_{j1}^2 + x_{j2}^2 + \dots + x_{jn}^2}} \right) \leq \varphi_{j\max},$$

где φ_{ij} – угол между предъявленным изображением S_i и эталонным изображением X_j ; $\varphi_{j\max}$ – предельно допустимый угол для j -го образа между эталонным и распознаваемым изображениями.

3. Индивидуальные задания

3.1. Разработайте алгоритм и программу, моделирующую распознавание различных объектов в n -мерном векторном пространстве по углу между векторами и скалярному произведению.

3.2. Задайтесь размерностью n -мерного векторного пространства, числом m эталонных объектов образов (n и m должны быть не менее 5) и несколькими распознаваемыми объектами. С помощью угла между векторами и скалярного произведения определите принадлежность предъявленных объектов к тому или иному образу.

3.3. Разработайте алгоритм и программу, моделирующую распознавание различных объектов по их принадлежности к шарообразным или конусообразным областям в n -мерном векторном пространстве.

3.4. Задайтесь размерностью n -мерного векторного пространства, числом m образов и несколькими распознаваемыми объектами. Определите принадлежность предъявленных объектов к тому или иному образу при шарообразных и конусообразных областях, содержащих изображения заданных образов.

4. Содержание отчета

4.1. Тема лабораторных занятий.

4.2. Индивидуальное задание.

4.3. Результаты выполнения пунктов 3.1 – 3.4 индивидуального задания.